磁性体と磁気回路

1 環状鉄心の磁気回路

機械・器具類の中で使われる磁気回路について
電気回路と比較しながら学んでいく。

P141
○ 磁気回路と電気回路の対応

磁気回路を考える上で、今まで学んだ
電気回路と比べながら考えるとよい。

これから学ぶ言葉

磁気回路	電気回路
起磁力 NI [A]	起電力 E [V]
磁束 Φ [Wb]	電流 I [A]
磁気抵抗 R_m [H^{-1}]	電気抵抗 R [Ω]
透磁率 μ [H/m]	導電率 σ [S/m]

S/m：ジーメンス毎メートル

導電率 ← 抵抗率の逆数
電気の通しやすさ

○ 起磁力と磁気抵抗

$\boxed{起電力}$ … $\boxed{電流}$ の原動力（電圧とほぼ同意）
‖対応　‖対応
$\boxed{起磁力}$ … $\boxed{磁束}$ の原動力、F_m として表す …

電気抵抗 $R = \frac{E}{I}$ （オームの法則）
↓同様にして
磁気抵抗 $R_m = \frac{NI}{\Phi}$ → 磁束の通しにくさを示す値
（単位：H^{-1} [毎ヘンリー]）

（表のとおり $\boxed{導電率}$ と対応するのが $\boxed{透磁率}$）
（よって 透磁率 ＝「磁気の通しやすさ」と言える）

○ 透磁率と比透磁率

色々な物質ごと透磁率μ（磁気の通しやすさ）は異なる。
特に真空・空気の透磁率をμ_0（ミューゼロ）で表す。

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ [H/m]}$$

また、ある物質の透磁率μと真空の透磁率μ_0との比を
比透磁率μ_rという。

※ 比透磁率 $\boxed{\mu_r}$ … 真空と比べ磁気を通しやすいか。

μ_r大 … 真空より磁気通しやすい。 $\boxed{\text{強磁性体}}$ 1よりかなり大
…— 常磁性体 1より大

$\boxed{1}$ … 真空と同じ。

μ_r小 … 〃より磁気通しにくい。 $\boxed{\text{反磁性体}}$

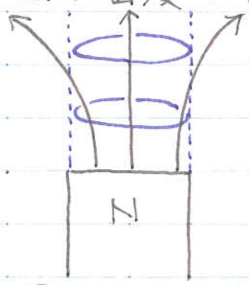
磁性体 … 強：磁石につく
常：〃につくが弱い
反：〃につかない。

電磁誘導と電磁エネルギー

1 電磁誘導

○ 電磁誘導

※磁束密度の復習



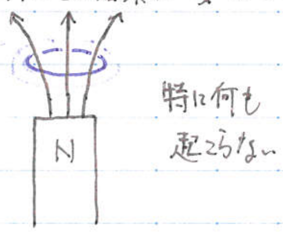
磁極から出る仮想の線…磁束（Φ）と呼ぶ
$1m^2$ あたりの磁束(Φ)の本数 = 磁束密度（B）
Am^2 〃 = B・A（wb）= 磁束

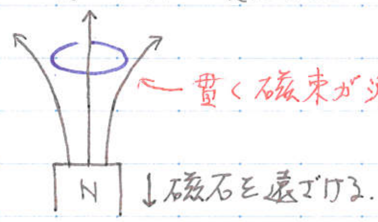
注）図の通り磁極から 近いと磁束（多）
遠いと磁束（少）

$\xrightarrow{ようするに}$ 磁石を近づけたり遠ざけたりすると磁束が変化する。

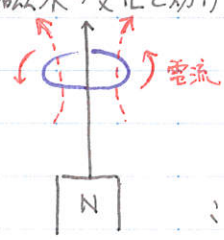
電磁誘導 … コイルを貫く磁束が変化すると、
その変化を妨げようとコイルに電圧が生じ、電流が
流れる現象。

※電磁誘導の流れ
① コイルを磁束が貫いている ⟶ ② コイルを貫く磁束が変化する。





③ 磁束の変化を妨げる様、電圧・電流が生じる



← 減った分の上向き磁束を
増やすように電流が生じる。

ここで生じる 電圧… $\boxed{誘導起電力}$
電流… $\boxed{誘導電流}$ という

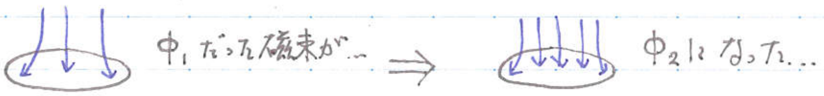
確認） 誘導電流は
磁束の変化を打ち消す向きに流れる
⟶ $\boxed{レンツの法則}$ という。

○ 誘導起電力の大きさ.

「レンツの法則」は電磁誘導によって発生する
誘導起電力の向きに関するもの.

誘導起電力の大きさは以下の要素が関係する.

① 磁束の変化が大きい.



磁束がいくつ変化(増加・減少)したかというと.

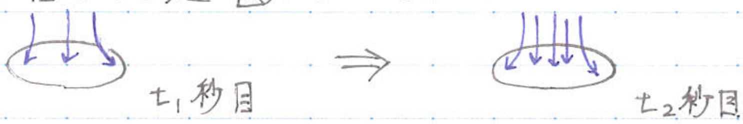
$\Phi_2 - \Phi_1$ $\xrightarrow{\text{この変化量を}}$ $\Delta\Phi$ [デルタ・ファイ] と表現する.

(重要) これから先, $\boxed{\Delta\text{(デルタ)}}$がつくと$\boxed{\text{変化量}}$を示す.

∴ $\Delta\Phi$ が大きいほど誘導起電力は大きくなる. (比例関係)

② 短時間で磁束が変化する.

①の変化にかかった時間が短いほど
発生する起電力が大きい.



変化にかかった時間は.

$t_2 - t_1 \longrightarrow$ Δt [デルタ・ティー] と表現する.

∴ Δt が小さいほど誘導起電力は大きくなる (反比例関係)

③ コイルの巻き数

磁束を受けるコイルの巻数 N が
多いと発生する起電力が大きい.

∴ N が大きいと誘導起電力は大きくなる (比例関係)

まとめ

誘導起電力Vの大きさについて

- 磁束の変化 $\Delta\Phi$ に比例し、
- 変化にかかった時間(秒) Δt に反比例し、
- 巻き数 N に比例する。

従って

$$\boxed{\text{誘導起電力}(V) = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \quad [\text{単位}: V(\text{ボルト})]}$$

「ファラデーの法則」。

絶対値です。(必ず正の値)

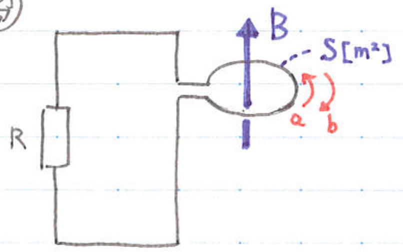
確認

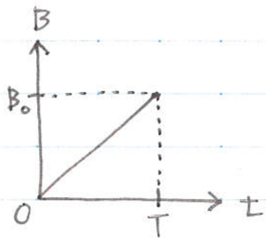
電磁誘導に関する法則

① ファラデーの法則で誘導起電力の大きさを求める。

② レンツの法則でその向きを求める。

練習





面積 $S(m^2)$ の1巻きコイルを抵抗Rとつないだ。
コイルを磁界の中に垂直に置き、磁束密度Bを
グラフの様に変化させた。誘導起電力の向き(a・b)と
大きさを求めよ。

(解) 磁束は上向きに増加している。
レンツの法則より磁束の増加を打ち消す
「下向き」に磁束が発生する様、誘導電流が起こる。
右ねじの法則より向きは b

Φは Sm^2 中の磁束
B_0は $1m^2$ 中の 〃
よって…$\Delta\Phi = B_0 \cdot S$

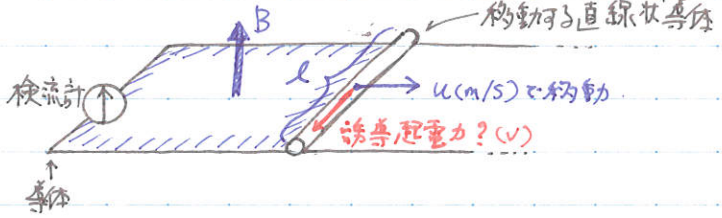
また求める大きさ $V = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

$$= 1 \cdot \left|\frac{B_0 \cdot S}{T - 0}\right|$$

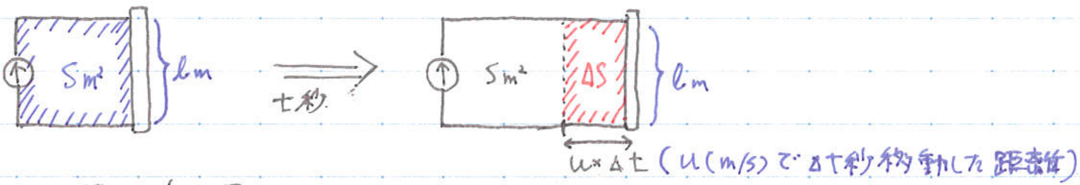
$$= \frac{B_0 \cdot S}{T}$$

○ 直線状導体の誘導起電力

磁束密度B(T)の中を、速さu(m/s)で垂直に移動する長さl(m)の直線状導体に発生する誘導起電力は？



図の状態だと斜線部を1つのコイルと考えればよい。
移動前のコイル面積をS(m²)とすると、



面積の変化量 $\Delta S = u \cdot \Delta t \times l$

磁束は面積×磁束密度なので

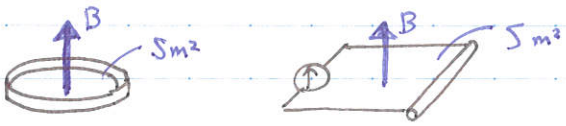
t秒間の磁束の変化量 $\Delta\Phi = B \times \Delta S = B \times u \times \Delta t \times l$

誘導起電力の大きさ
$$V = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = 1 \cdot \left|\frac{B \cdot u \cdot \cancel{\Delta t} \cdot l}{\cancel{\Delta t}}\right| = Blu$$

(まとめ) 直線状導体に発生する誘導起電力

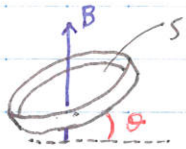
$$\boxed{V = \underbrace{B}_{\text{磁束密度}} \times \underbrace{l}_{\text{長さ}} \times \underbrace{u}_{\text{速さ(m/s)}} \quad (\text{単位:V})}$$

○ 磁束とコイルの面の角度.



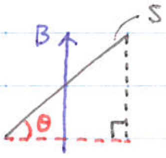
円形であっても直線状でも
磁束 $\Phi = B \cdot S$

ただし、磁束とコイルの面が垂直でない場合
$\Phi = B \cdot S$ とはならないので注意.



磁束密度 B とコイルの面が角度 θ をなしているとすると.

⇓ 横から見ると



コイルの面 S のうち、B と垂直な成分は朱点線部 x

$\cos\theta = \frac{x}{S}$

$\therefore x = S\cos\theta$.

B と垂直な成分で考えると $\Phi = B \cdot x = B \cdot S \cdot \cos\theta$

※ θのとり方を変えると.

B のうち コイルの面 S と垂直な成分は朱線部 x

$\sin\theta = \frac{x}{B}$

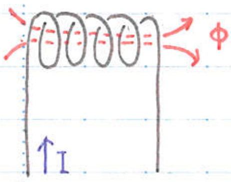
$\therefore x = B\sin\theta$

コイルの面 S と垂直な成分で考えると $\Phi = x \cdot S = B \cdot S \cdot \sin\theta$.

まとめ 磁束とコイルの面に角度がついている場合
2つが垂直になる成分を考えて
Φの値を作る.
その上で $V = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$ にあてはめる.

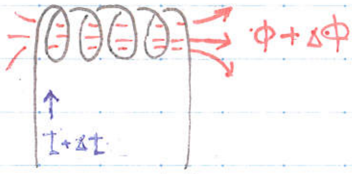
2 インダクタンス

○ 自己誘導と自己インダクタンス

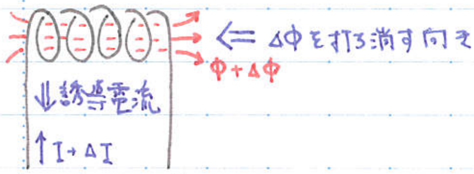


①コイルに電流が流れると磁束が生じる。

Δt秒間に
ΔI 変化



②電流が変化し、磁束も変化する。



③磁束の変化を妨げる向きに誘導起電力が起こる。

確認　$\boxed{\text{コイル自身を流れる電流の変化によって誘導起電力が起こる。}}$ ⇒ $\boxed{\text{自己誘導}}$ という

この誘導起電力の大きさは…

$$\boxed{V = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|} = N\left|\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right|$$

電流の変化

時間の変化

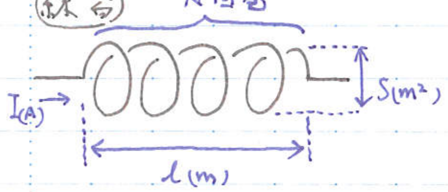
同じ誘導起電力なので

自己インダクタンス（自己誘導のしやすさ コイルによって変わる）…単位：H（ヘンリー）

この式から $L = \dfrac{N\Delta\Phi}{\Delta I}$

問題によってLが与えられない時、Φを使って計算する。

練習



巻き数N, 長さl(m), 断面積S(m²) のソレノイドに電流I(A)が流れている。
透磁率をμ(H/m)として問いに答えなさい。

(1) 発生する磁界の大きさは？

ソレノイドの場合 $H = nI$

1mあたりの巻き数 $n = \frac{N}{l}$

よって $H = \frac{N}{l} \cdot I$ (A/m)

(2) コイルを貫く磁束は？

$\Phi = BS$, $B = \mu H$ なので

$\Phi = \mu HS$

$= \mu \cdot \frac{N}{l} \cdot I \cdot S$ (1)より

$= \frac{\mu N I S}{l}$ (Wb)

(3) コイルを流れる電流がΔt秒間でΔI(A)だけ増加した。
このときコイルに発生する誘導起電力Vの大きさを
$V = X\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ の形で表せ。

注 $V = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ は L(自己インダクタンス)が与えられていないので使えない。

$V = N\left|\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right|$ を用いる。

μ, N, S, l は変化しない値なので

(2)より $\Delta\Phi = \frac{\mu N S}{l} \cdot \Delta I$

$\therefore\ V = N \cdot \frac{\mu N S}{l} \cdot \left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ (V)

$= \frac{\mu N^2 S}{l}\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$　$L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ と比べると…(4)

(4) コイルの自己インダクタンスをμ, N, S, lで表せ

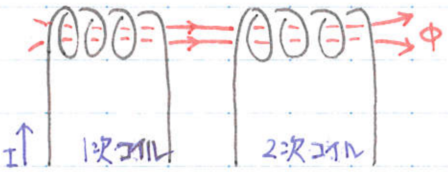
$V = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ を(3)と比べると

$L = \frac{\mu N^2 S}{l}$ (H)

↓コイルの素材・形から自己インダクタンスが分かる。

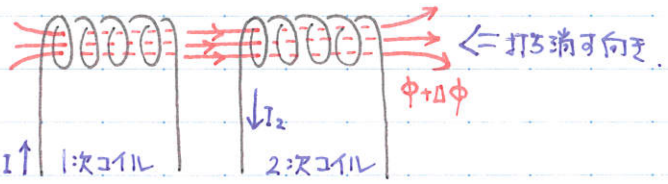
自己インダクタンス $L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l}$ (H:ヘンリー)
μ:透磁率　N:コイル巻数　S:コイル断面積(m²)
l:コイル長(m)

○ 相互誘導と相互インダクタンス.



① 1次コイルに電流が流れると
磁界が発生する。
磁束が 2次コイルに及ぶ

⇓ Δt秒で 1次コイルの電流が ΔI_1(A) 増えると…



② 1次コイルを流れる電流の変化によって
2次コイルに 誘導起電力が生じる.
(磁束変化を打ち消す向き)

確認 1次コイルの電流変化で 2次コイルに誘導起電力が生じる ⇒ $\boxed{\text{相互誘導}}$ という

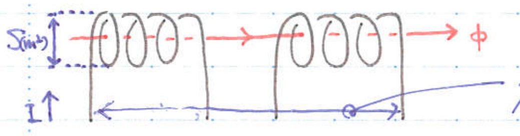
その誘導起電力の大きさ…

$$\boxed{V = M \left| \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \right|}$$

ΔI_1 … 1次側の電流変化量.

M … 相互インダクタンス(相互誘導のしやすさ)… 単位: H (ヘンリー)

練習



(1) 1次コイルを流れる電流によって生じる磁界の大きさ H (A/m) は?

1mあたりの巻き数

ソレノイドに発生する磁界の大きさ $H = nI$

$\therefore H = \dfrac{N}{l} \cdot I$ (A/m)

(2) コイルを貫く磁束 ϕ (Wb) は?

$$\phi = BS = \mu HS = \frac{\mu N_1 I S}{l} \text{ (Wb)}$$

(3) Δt 秒間で1次コイルの電流が ΔI (A) 変化した。
2次コイルに発生する誘導起電力 V (V) を $X\left|\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ の形で表せ。

$$V = N_2 \left|\frac{\Delta \phi}{\Delta t}\right|$$
$$= N_2 \cdot \frac{\mu N_1 S}{l} \left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$$
$$= \frac{\mu N_1 N_2 S}{l} \left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$$

(4) 2次コイルの相互インダクタンス M (H) を μ, N, S, l で表せ。

$V = M\left|\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ なので (3)より

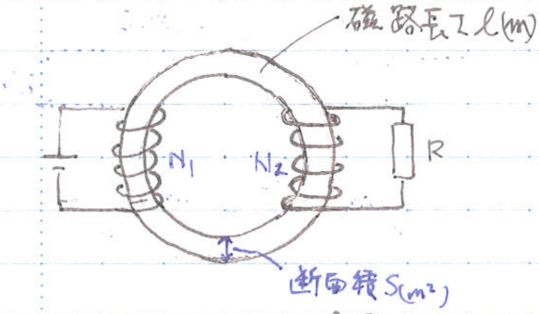
$$M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{l} \text{ (H)}$$

2つのコイルの素材・形から相互インダクタンスが分かる。

相互インダクタンス $M = \dfrac{\mu \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot S}{l}$ (H:ヘンリー) μ:透磁率, N_1:1次コイル巻数, N_2:2次コイル巻数, S:コイル断面積 (m^2) l:磁路の長さ (m)

○ 自己インダクタンスと相互インダクタンス

自己・相互インダクタンスの関係を確認する。



左の様な2つのコイルを考える。
1次コイルの自己インダクタンス… L_1
2次コイルの自己インダクタンス… L_2 とすると

$$L_1 = \frac{\mu N_1^2 S}{l} \,(H), \quad L_2 = \frac{\mu N_2^2 S}{l}$$

また、相互インダクタンス M は
$M = \dfrac{\mu N_1 N_2 S}{l}$ である。

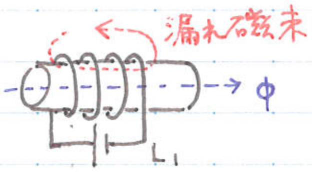
$$\therefore M^2 = \frac{\mu^2 N_1^2 N_2^2 S^2}{l^2}$$
$$= \frac{\mu N_1^2 S}{l} \cdot \frac{\mu N_2^2 S}{l}$$
$$= L_1 \cdot L_2$$

従って $\boxed{M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}}$ ← 1次コイルの磁束が全て2次コイルを貫く（理想的な状態）

(練習) 上記回路において、
一次コイルの自己インダクタンス $L_1 = 4\,mH$、
二次コイルの 〃 $L_2 = 9\,mH$ であれば
相互インダクタンス $M\,[mH]$ はいくらか。

$$M = \sqrt{\underset{(mH)}{4} \cdot \underset{(mH)}{9}} = 6\,[mH]$$

しかし、実際の所…



漏れ磁束があるため

$M < \sqrt{L_1 L_2}$ となる。

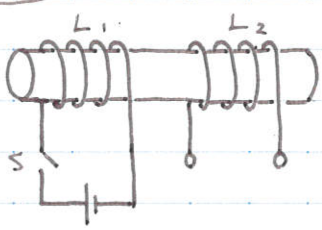
2つの値の比 $\dfrac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$ で漏れ磁束の程度が表せる。

漏れ磁束の程度を結合係数(k)という。

$$\boxed{\text{結合係数}\ k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}}$$

↑漏れ磁束が増えるほど小さくなる。

練習



1次コイル、2次コイルの自己インダクタンスが
$L_1 = 30mH$, $L_2 = 240mH$
結合係数 k が 0.1 のとき、
相互インダクタンス M を求めなさい。

解 $M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$

$= 0.1 \cdot \sqrt{30 \cdot 240}$ ← mH単位なので

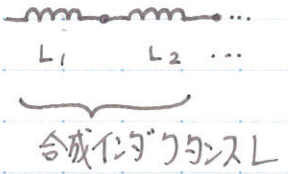
$= 8.49(mH)$. 計算結果も mH.

○ 合成インダクタンス

複数のコイルを接続した時、
その全体のインダクタンスを $\boxed{\text{合成インダクタンス}}$ という

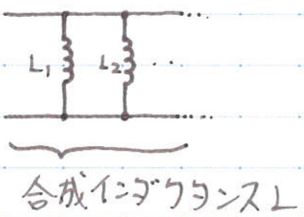
合成インダクタンスの求め方は合成抵抗と同じ

※ コイルを $\boxed{\text{直列接続}}$ した場合.



$$\boxed{L = L_1 + L_2 + \cdots \quad (\text{単位: H})}$$

※ コイルを $\boxed{\text{並列接続}}$ した場合



$$\boxed{\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots \quad (\text{単位: H})}$$

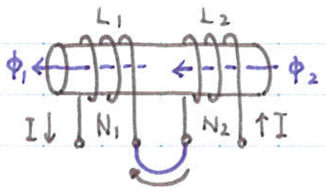
↑ 和分の積も使える(コイルが2つの時)

$$L = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \quad (\text{H})$$

○ コイルの直列接続(相互誘導がからむ場合)

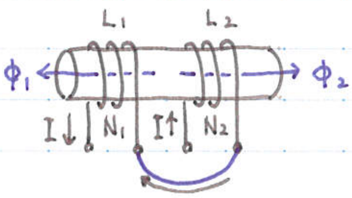
相互誘導がからむコイルの直列接続は2通りある.

① 和動接続 … コイルに生じる磁束の向きが $\boxed{\text{同じ}}$



L_1 を通る磁束 $(\phi_1 + \phi_2)$
L_2 〃 $(\phi_1 + \phi_2)$

② 差動接続 … コイルに生じる磁束の向きが $\boxed{\text{逆}}$



L_1 を通る磁束 $(\phi_1 - \phi_2)$
L_2 〃 $(\phi_2 - \phi_1)$

◎和動接続と差動接続での
合成インダクタンスの違いを確認する.

確認 誘導起電力の表し方.

$$e = N\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| \quad \cdots ①\text{ファラデーの法則}$$

$$= L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right| \quad \cdots ②\text{自己誘導}$$

$$= M\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right| \quad \cdots ③\text{相互誘導}$$

①・②より $L\frac{\Delta I}{\Delta t} = N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad \therefore L = N\frac{\Delta\phi}{\Delta I}$

①・③より
$\boxed{L_1\text{側}}$ $M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = N_1\frac{\Delta\phi_2}{\Delta t} \quad \therefore M = N_1\frac{\Delta\phi_2}{\Delta I_1}$
$\boxed{L_2\text{側}}$ $M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = N_2\frac{\Delta\phi_1}{\Delta t} \quad \therefore M = N_2\frac{\Delta\phi_1}{\Delta I_1}$
2通りの表し方.

和動接続の合成インダクタンスL

$$L = \underbrace{N_1\frac{(\phi_1+\phi_2)}{I}}_{L_1\text{分}} + \underbrace{N_2\frac{(\phi_1+\phi_2)}{I}}_{L_2\text{分}}$$

$$= \underbrace{\boxed{N_1\frac{\phi_1}{I}}}_{L_1} + \underbrace{\boxed{N_1\frac{\phi_2}{I}}}_{M} + \underbrace{\boxed{N_2\frac{\phi_1}{I}}}_{M} + \underbrace{\boxed{N_2\frac{\phi_2}{I}}}_{L_2}$$

$$= L_1 + L_2 + 2M.$$

差動接続の合成インダクタンスL

$$L = \underbrace{N_1\frac{(\phi_1-\phi_2)}{I}}_{L_1\text{分}} + \underbrace{N_2\frac{(\phi_2-\phi_1)}{I}}_{L_2\text{分}}$$

$$= \underbrace{\boxed{N_1\frac{\phi_1}{I}}}_{L_1} - \underbrace{\boxed{N_1\frac{\phi_2}{I}}}_{M} + \underbrace{\boxed{N_2\frac{\phi_2}{I}}}_{L_2} - \underbrace{\boxed{N_2\frac{\phi_1}{I}}}_{M}$$

$$= L_1 + L_2 - 2M$$

まとめ

和動接続の合成インダクタンス $L = L_1 + L_2 + 2M\ (H)$
差動接続の合成インダクタンス $L = L_1 + L_2 - 2M\ (H)$